

Preparação para a Atividade Avaliativa 2.2 - 9º Ano

Olá, turma do 9º ano!

A nossa avaliação formativa (P2.2) está chegando. Para ajudar vocês a direcionarem os estudos, elaborei este roteiro contendo os conceitos centrais exigidos para a prova. O nosso grande foco agora é a **Geometria Proporcional**, explorando profundamente o Teorema de Tales e as Semelhanças de Triângulos.

O que vocês precisam revisar e dominar:

1. Teorema de Tales e Feixe de Retas Paralelas

Quando um feixe de retas paralelas é cortado por duas retas transversais, os segmentos formados sobre essas transversais são proporcionais.

- **O que não pode esquecer:** Se as transversais se cruzarem no meio do feixe, tome muito cuidado na hora de montar a proporção! Siga a "linha" de cada transversal separadamente para não misturar os segmentos.
- **Como resolver:** Monte a proporção na forma de frações (ex: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$) e resolva multiplicando "em cruz" (aplicando a propriedade fundamental das proporções).

2. Casos de Semelhança de Triângulos

Dois triângulos são semelhantes se possuem ângulos congruentes (iguais) e lados homólogos (correspondentes) proporcionais. Vocês precisam saber justificar essa semelhança através dos três casos principais:

- **AA (Ângulo-Ângulo):** É o mais usado! Se dois triângulos possuem dois ângulos internos iguais, eles já são semelhantes.
- **LAL (Lado-Ângulo-Lado):** Dois lados proporcionais e o ângulo formado entre eles igual.
- **LLL (Lado-Lado-Lado):** Os três lados são proporcionais.

3. Modelagem Geométrica (Geometria no Cotidiano)

A prova exigirá que vocês traduzam problemas do mundo real para modelos matemáticos.

- **Sombras e Alturas:** Questões clássicas onde a altura de um objeto e sua sombra formam um triângulo retângulo, que é semelhante ao

triângulo formado pela altura e sombra de outro objeto no mesmo instante.

- **Rampas de Acessibilidade:** Problemas de inclinação constante formam triângulos retângulos semelhantes. Avalie o avanço horizontal e a elevação vertical.

4. Demonstrações e Rigor Matemático

Vocês encontrarão questões (como a do triângulo retângulo com a altura relativa à hipotenusa) onde não bastará apenas calcular um valor. Será necessário **provar** por que os triângulos são semelhantes descrevendo os ângulos que eles compartilham.



Exercícios de Fixação para Estudo

Pratiquem resolvendo as questões abaixo antes de consultarem as respostas no final deste documento:

Questão 1 (Modelagem de Sombras). Durante uma atividade prática no pátio da escola, um aluno de $1,50\text{ m}$ de altura projeta uma sombra de $2,0\text{ m}$ no chão. No mesmo instante, o prédio da escola projeta uma sombra de 16 m . Utilizando os conceitos de semelhança de triângulos, calcule a altura do prédio da escola.

Questão 2 (Teorema de Tales). Na figura imaginária de um terreno, três ruas paralelas são cortadas por duas avenidas transversais. Em uma das avenidas, os quarteirões formados medem x e $(x + 2)$ metros. Na outra avenida, os quarteirões correspondentes medem, respectivamente, 4 m e 6 m . Monte a proporção e descubra o valor de x .

Questão 3 (Rampa de Acessibilidade). Uma escola está construindo uma rampa de acesso para o laboratório. O projeto indica que, a cada 3 metros de avanço na horizontal, a rampa atinge uma elevação de $0,4\text{ metros}$ na vertical. Se o desnível total que a rampa precisa vencer para chegar à porta do laboratório é de $1,2\text{ metros}$, qual será a distância horizontal total dessa rampa?

Questão 4 (Semelhança no Triângulo). Em um triângulo ABC , traça-se um segmento de reta DE paralelo à base BC , onde D está sobre o lado AB e E está sobre o lado AC . Sabendo que o segmento AD mede 6 cm , o lado inteiro AB mede 15 cm e a base BC mede 20 cm . Calcule a medida do segmento DE .

Questão 5 (Demonstração Teórica - O Rigor). Dado um triângulo retângulo $\triangle ABC$, com o ângulo reto (90°) no vértice A . Traça-se a altura AD em relação à hipotenusa BC (sendo D um ponto no lado BC , formando ângulos de 90°). Explique, com base no critério **AA (Ângulo-Ângulo)**, por que o pequeno triângulo $\triangle DBA$ é obrigatoriamente semelhante ao triângulo grande $\triangle ABC$.



Gabarito e Resoluções Detalhadas (Para Autocorreção)

Resolução da Questão 1:

- **Conceito:** Triângulos semelhantes (os raios solares incidem no mesmo ângulo).

- **Montagem da proporção:**

$$\frac{\text{Altura do Prédio}}{\text{Altura do Aluno}} = \frac{\text{Sombra do Prédio}}{\text{Sombra do Aluno}}$$

- **Cálculo:**

$$\frac{H}{1,5} = \frac{16}{2}$$

Multiplicando em cruz:

$$2 \cdot H = 16 \cdot 1,5$$

$$2H = 24$$

$$H = \frac{24}{2} = 12 \text{ m}$$

- **Resposta:** A altura do prédio é de 12 metros.

Resolução da Questão 2:

- **Conceito:** Teorema de Tales. Segmentos transversais proporcionais.

- **Cálculo:**

$$\frac{x}{x+2} = \frac{4}{6}$$

Multiplicando em cruz:

$$6 \cdot x = 4 \cdot (x + 2)$$

Aplica-se a propriedade distributiva:

$$6x = 4x + 8$$

$$6x - 4x = 8$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

Resolução da Questão 3:

- **Conceito:** Semelhança de triângulos retângulos em rampas. A proporção se mantém ao longo de toda a subida.
- **Montagem da proporção:**

$$\frac{\text{Avanço Parcial}}{\text{Elevação Parcial}} = \frac{\text{Avanço Total}}{\text{Elevação Total}}$$

- **Cálculo:**

$$\frac{3}{0,4} = \frac{X}{1,2}$$

Multiplicando em cruz:

$$0,4 \cdot X = 3 \cdot 1,2$$

$$0,4X = 3,6$$

$$X = \frac{3,6}{0,4} = 9 \text{ m}$$

- **Resposta:** A distância horizontal total da rampa será de 9 metros.

Resolução da Questão 4:

- **Conceito:** Semelhança de triângulos gerada por reta paralela. O $\triangle ADE$ é semelhante ao $\triangle ABC$.
- **Atenção:** Devemos usar o lado do pequeno ($\triangle ADE$) sobre o lado correspondente do grande ($\triangle ABC$). O lado do pequeno é $AD = 6$, e o do grande é $AB = 15$. A base do pequeno é $DE = x$, e a do grande é $BC = 20$.

- **Cálculo:**

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{6}{15} = \frac{x}{20}$$

Multiplicando em cruz:

$$15 \cdot x = 6 \cdot 20$$

$$15x = 120$$

$$x = \frac{120}{15} = 8 \text{ cm}$$

- **Resposta:** A medida do segmento DE é 8 cm.

Resolução da Questão 5:

- **Conceito:** Demonstração teórica (Rigor Matemático).
- **Explicação passo a passo:** Para provar a semelhança pelo critério AA, precisamos encontrar 2 ângulos congruentes (iguais) entre o $\triangle DBA$ (triângulo menor à esquerda) e o $\triangle ABC$ (triângulo maior total):
 1. **Primeiro ângulo igual:** O $\triangle ABC$ tem um ângulo reto no vértice A . O $\triangle DBA$ também tem um ângulo reto no vértice D , pois AD é a altura.
 2. **Segundo ângulo igual:** Ambos os triângulos compartilham exatamente o mesmo vértice B . O ângulo $\hat{B}$ pertence tanto ao triângulo pequeno $\triangle DBA$ quanto ao triângulo grande $\triangle ABC$.
- **Conclusão:** Como eles possuem um ângulo de 90° e compartilham o ângulo $\hat{B}$, pelo critério **AA**, garantimos que o $\triangle DBA$ é semelhante ao $\triangle ABC$. (Consequentemente, o terceiro ângulo também será igual).